Question 1

Une entreprise de fabrication de vélos doit planifier sa production pour trois types de vélos : vélo de ville, vélo tout terrain, et vélo électrique.

Les données sont les suivantes:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Matériaux** | **Vélos de ville** | **Vélos tout-terrain** | **Vélos électriques** |
| **Aluminium** | 7.5 kg | 8 kg | 8 kg |
| **Fibre de carbone** | 1.5 kg | 1.7 kg | 1.5 kg |
| **Plastique** | 1 kg | 0.8 kg | 1.5 kg |
| **Acier** | 1.5 kg | 2.2 kg | 1.2 kg |
| **Caoutchouc** | 1 kg | 1.3 kg | 1.2 kg |
| **Lithium** | 0 kg | 0 kg | 3.3 kg |

Les coûts par mètre carré sont les suivants :

* Aluminium : 50 €/kg
* Fibre de carbone : 100 €/kg
* Plastique : 20 €/kg
* Acier : 30 €/kg
* Caoutchouc : 15 €/kg
* Lithium : 120 €/kg

De plus, chaque vélo de ville, tout terrain et électrique nécessite respectivement 8 heures, 12 heures et 18 heures de maind'œuvre. La chaine d’assemblage est disponible 24h/24 et 7j/7 grâce à 5 équipes de 20 personnes. Les équipes fonctionnent aux 3x8 : la journée est divisée en trois plages de huit heures auxquelles les équipes sont affectées. Les coûts de maind'œuvre s'élèvent à 25 €/heure pour les deux tiers en journée et 35€/heure pour le tiers de nuit.

Les ressources en matières premières sont limitées : l'entreprise dispose de 600 kg d’aluminium, 100 kg de fibre de carbone, 50 kg de plastique, 30 kg d'acier, 20 kg de caoutchouc et 50 kg de lithium.

Les vélos de ville sont vendus à 400€ l’unité, les tout-terrain à 650€ l’unité et les électriques à 1100€ l’unité.

On cherche à connaitre les quantités de vélos de ville, tout-terrain et électriques à fabriquer durant le mois afin de maximiser le profit de l’entreprise dans la limite des ressources disponibles. La demande moyenne étant de 80 ventes par mois, il ne faudrait pas produire plus de vélos que nécessaire.

**Modéliser le problème par un programme linéaire qui permet de maximiser le profit total de l'entreprise. Pour chaque contrainte, vous devrez rédiger une phrase en français expliquant son utilité.**

Pour modéliser le problème de production de vélos afin de maximiser le profit total de l'entreprise, nous devons définir un programme linéaire (PL) en utilisant les données fournies.

Variables de décision

Soient :

* x1 le nombre de vélos de ville produits
* x2 le nombre de vélos tout-terrain produits
* x3 le nombre de vélos électriques produits

Fonction objectif

Nous cherchons à maximiser le profit total, qui est la différence entre les revenus et les coûts. Les revenus sont donnés par le prix de vente des vélos, et les coûts incluent le coût des matières premières et le coût de la main-d'œuvre.

Revenus :

* Vélos de ville : 400x1
* Vélos tout-terrain : 650x2
* Vélos électriques : 1100x3

Coûts des matières premières :

* Aluminium : 7.5x1 + 8x2 + 8x3 ≤ 600
* Fibre de carbone : 1.5x1 + 1.7x2 + 1.5x3 ≤ 100
* Plastique : x1 + 0.8x2 + 1.5x3 ≤ 50
* Acier : 1.5x1 + 2.2x2 + 1.5x3 ≤ 30
* Caoutchouc : x1 + 1.3x2 + 1.2x3 ≤ 20
* Lithium : 3.3x3 ≤ 50

Coûts de main-d'œuvre :

* 5 équipes de 20 personnes fonctionnent 24h/24, ce qui donne 5×20×24×30=720005 \times 20 \times 24 \times 30 =720005×20×24×30=72000 heures disponibles par mois.
* 16 heures par jour sont payées à 25€/heure et 8 heures à 35€/heure

16 heures/jour×25 €/heure×30 jours=12000 €/mois

8 heures/jour×35 €/heure×30 jours=8400 €/mois

Coût de main-d'œuvre par vélo :

* Vélo de ville : 8 heures x 25€/heure
* Vélo tout-terrain : 12 heures x 25€/heure
* Vélo électrique : 18 heures x 25€/heure

Contraintes

1. Disponibilité des matières premières :

* Aluminium : 7.5x1 + 8x2 + 8x3 ≤ 6007.5x1 + 8x2 + 8x3 ≤ 6007.5x1 + 8x2 + 8x3 ≤ 600
* Fibre de carbone : 1.5x1 + 1.7x2 + 1.5x3 ≤ 1001.5x1 + 1.7x2 + 1.5x3 ≤ 1001.5x1 + 1.7x2 + 1.5x3 ≤ 100
* Plastique : x1 + 0.8x2 + 1.5x3 ≤ 501x1 + 0.8x2 + 1.5x3 ≤ 501x1 + 0.8x2 + 1.5x3 ≤ 50
* Acier : 1.5x1 + 2.2x2 + 1.5x3 ≤ 301.5x1 + 2.2x2 + 1.5x3 ≤ 301.5x1 + 2.2x2 + 1.5x3 ≤ 30
* Caoutchouc : x1 + 1.3x2 + 1.2x3 ≤ 201x1 + 1.3x2 + 1.2x3 ≤ 201x1 + 1.3x2 + 1.2x3 ≤ 20
* Lithium : 3.3x3 ≤ 500x1 + 3.3x3 ≤ 500x1 + 3.3x3 ≤ 50

1. Disponibilité de la main-d'œuvre :

8x1 + 12x2 + 18x3 ≤ 720008x1 + 12x2 + 18x3 ≤ 720008x1 12x2 + 18x3 ≤ 72000

1. Demande maximale :

x1 + x2 + x3 ≤ 80x1 + x2 + x3 ≤ 80x1 + x2 + x3 ≤ 80

1. Non négativité :

x1,x2,x3 ≥ 0x1,x2,x3 ≥ 0x1,x2,x3 ≥ 0

Modélisation en programme linéaire

Le problème peut être formulé comme suit :

Interprétation des contraintes :

1. **Aluminium** : Limite l'utilisation d'aluminium à 600 kg.

2. **Fibre de carbone** : Limite l'utilisation de fibre de carbone à 100 kg.

3. **Plastique** : Limite l'utilisation de plastique à 50 kg.

4. **Acier** : Limite l'utilisation d'acier à 30 kg.

5. **Caoutchouc** : Limite l'utilisation de caoutchouc à 20 kg.

6. **Lithium** : Limite l'utilisation de lithium à 50 kg.

7. **Main-d'œuvre** : Limite le nombre d'heures de travail à 72000 heures par mois.

8. **Demande** : Limite la production totale à 80 vélos pour répondre à la demande.

9. **Non-négativité** : Assure que le nombre de vélos produits ne soit pas négatif.

Question 2.

Trouver la solution optimale avec une des méthodes suivantes : méthode graphique et/ou solveur Excel. (Fournir le fichier Excel et/ou le graphique) et répondre aux questions suivantes :

* Quelle quantité de vélos de chaque type doit-on fabriquer durant le mois ?
* Combien d’heures de main-d’œuvre faudrait-il mobiliser ?